

# Tentamen i Linjär algebra, 7.5 hp, 2009-01-11

Tid: 10:00–15:00

Hjälpmedel: Ett formelblad som delas ut med tentan.

Examinator: Fredrik Abrahamsson

Telefon: 0707-463397(Abrahamsson)



TEKNISKA HÖGSKOLAN  
HÖGSKOLAN I JÖNKÖPING

## Fullständiga lösningar och tydliga motiveringar krävs för samtliga uppgifter

1. Bestäm skärningspunkt och skärningsvinkel mellan linjerna (2p)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Bestäm alla värden på  $k$  sådana att ekvationssystemet (3p)

$$\begin{cases} kx - y & = 1 \\ 2x & + 2z = 1 \\ x + ky & + 2z = 0 \end{cases}$$

får mer än en lösning. Lös ekvationssystemet i detta/dessa fall.

3. Givet är punkterna  $A = (1, 3, 1)$  och  $B = (-1, 1, 5)$ . Bestäm avståndet mellan (3p)  
mittpunkten på sträckan  $AB$  och linjen

$$L : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. Givet är matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & k \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Bestäm talet  $k$  så att

- (a) kolonnvektorerna i  $A$  ligger i samma plan. (1p)  
(b) kolonnvektorerna i  $A$  spänner upp en parallelepiped med volymen 3 volymenheter. (1p)  
(c) ekvationssystemet  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$  får oändligt många lösningar. (1p)
5. Bestäm spegelbilden av punkten  $P = (2, 3, 0)$  i planet  $x + 2y - z + 4 = 0$ . (2p)
6. Bestäm ekvationen för det plan i  $\mathbb{R}^3$  som innehåller punkten  $P = (1, 1, 1)$  och är (3p)  
parallellt med både  $x$ -axeln samt skärningslinjen mellan planen  $2x - y + z - 3 = 0$   
och  $x + 2y + 3z + 2 = 0$ .
7. Bestäm matrisen för den linjära avbildning  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  som först roterar planets (3p)  
vektorer vinkeln  $\pi/4$  moturs och sedan speglar i linjen  $2x + y = 0$ .
8. Lös ekvationen (3p)

$$\begin{vmatrix} x & -1 & -1 \\ -1 & x & -1 \\ -1 & -1 & x \end{vmatrix} = 0.$$

---

9. För  $3 \times 3$ -matrisen  $A$  gäller att (3p)

$$A\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1, \quad A\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}, \quad A\mathbf{v}_3 = -\mathbf{v}_3$$

där

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Bestäm matrisen  $A$ .