

Tentamen i Matematisk analys, 7,5hp, 2010-05-25

Tid: 12:00–17:00

Hjälpmedel: Formelblad

Examinator: Anders Andersson

Telefon: 036-101621, 070-7770323



TEKNISKA HÖGSKOLAN
HÖGSKOLAN I JÖNKÖPING

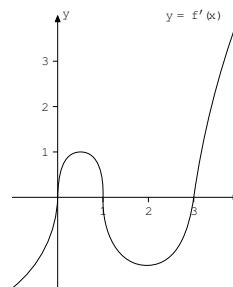
Fullständiga lösningar och tydliga motiveringar krävs för samtliga uppgifter

Del A

1. Beräkna det komplexa talet $\frac{5-i}{1+2i}$. (1p)
2. Lös ekvationen $\ln(x+1) = \ln 6 - \ln x$. (2p)
3. För vilka $x \in \mathbb{R}$ är $|x-3| + |2x-8| < x+1$? (2p)
4. Bestäm den primitiva funktionen $\int \frac{3x-4}{x^2+2x} dx$. (2p)
5. Bestäm talet a så att funktionen $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ blir kontinuerlig i $x = 0$. (2p)
6. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$. Skissa funktionens graf och ange alla eventuella asymptoter. (3p)
7. Bestäm samtliga lösningar till differentialekvationen $y'' - 4y' + 4y = 8x^2 - 12$. (3p)

Del B

8. Grafen till derivatan av funktionen $f(x)$ är ritad i figuren. För vilka värden på x har $f(x)$ lokala minima? Motivera! (2p)



9. Lös differentialekvationen $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2) \arctan x$, $y(0) = 2$. (3p)
10. Vilket är det största värde funktionen $f(x) = \sqrt[x]{x}$, $x > 0$ antar? (3p)
(Tips: $\sqrt[x]{x} = x^{\frac{1}{x}} = e^{\ln(x^{1/x})}$.)
11. Om definitionsmängden till funktionen $f(z) = e^{\pi z}$ begränsas till

$$D_f = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \in \mathbb{R}, \operatorname{Im} z \in [0, 1]\},$$

vilken blir då funktionens värdemängd V_f ? (2p)