

Tentamen TMSB18 Matematisk statistik IL 101015

Tid: 12.00-17.00

Telefon: 101620,

Examinator: F Abrahamsson



TEKNISKA HÖGSKOLAN
HÖGSKOLAN I JÖNKÖPING

1. Varje dag levereras en last med 100 maskindetaljer till ett företag. Man tar då ett stickprov och kontrollerar 10 av detaljerna och skickar tillbaka sändningen om man finner mer än 1 felaktig detalj i stickprovet. Om leveransen innehåller 12 felaktiga detaljer, vad är då sannolikheten att den skickas tillbaka? (2p)

2. Ett företags nettoinkomster ξ uppfyller

$$\xi = 2\xi_1 - 3\xi_2$$

där ξ_1, ξ_2 är oberoende stokastiska variabler med $E(\xi_1) = 45$, $E(\xi_2) = 25$ (enhet miljoner kronor) och $V(\xi_1) = 100$, $V(\xi_2) = 75$.

- (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för företagets nettoinkomster. (2p)

- (b) Om man vet att ξ_1 och ξ_2 är normalfördelade, beräkna då sannolikheten att nettoinkomster är större än 10 miljoner kronor. (1p)

3. En tillverkare av vitamintabletter påstår att det finns i genomsnitt $47 \mu\text{g}$ B-vitamin i varje tablett. En konsumentorganisation misstänker att det i själva verket är mindre än $47 \mu\text{g}$ och analyserar därför vitamininnehållet i 20 tabletter. Från denna analys fås medelvärdet $\bar{x} = 46.3 \mu\text{g}$. Vi antar att B-vitaminmängden i en tablett är normalfördelad med genomsnittligt innehåll μ och känd standardavvikelse $\sigma = 3.5 \mu\text{g}$.

- (a) Formulera och genomför ett lämpligt hypotestest som konsumentorganisationen skulle kunna använda för att bekräfta sina misstankar. Använd signifikansnivån 5%. (2p)

- (b) Vilket P-värde har testet? (1p)

- (c) Om tablettarna i genomsnitt innehåller $45 \mu\text{g}$, vilken är då testets styrka? (1p)

4. Kunder anländer till en glasskiosk (med en kassa) enligt en Poissonprocess med intensiteten 15 kunder per timme. Att serva en kund tar i genomsnitt 1.5 minuter.

- (a) Bestäm det förväntade antalet kunder som står i kön till kiosken. Beräkna också den förväntade tiden det tar för en kund att få sin glass. (2p)

- (b) Bestäm sannolikheten att det är högst 2 kunder som står i kön. (1p)

5. En höjdhoppstränare testar en ny träningsmetod som involverar en halvtimme hopp-
prepsträning varje dag. Efter en månad med den nya metoden låter tränaren sina
adepter hoppa höjd och jämför resultaten med tidigare resultat (resultaten mäts i
cm).

Hoppare	1	2	3	4	5	6
Innan hopprepsträning	168	189	177	199	174	179
Efter hopprepsträning	172	186	183	201	176	181

- (a) Om vi antar att resultaten är normalfördelade, bestäm då ett ensidigt nedåt begränsat 95% konfidensintervall för differensen mellan hoppresultaten efter resp. före hopprepsträningen. Baserat på detta resultat, kan vi hävda att hopprepsträningen har förbättrat resultaten? (2p)

-
- (b) Om vi inte kan anta att resultatet är normalfördelat, formulera och genomför ett teckentest på 5% nivå för att avgöra om hoppprepsträningen har förbättrat resultaten. (1p)
6. Antalet förkylningar under ett år visar sig i en viss population vara en stokastisk variabel som är Poissonfördelad med $\lambda = 3$. En ny medicin sänker detta värde till $\lambda = 0.75$ men medicinen fungerar bara för 8 av 10 människor. Man beslutar sig för att ge hela populationen denna medicin. Ett år senare väljs en person på måfå, och det visar sig att denna person har haft en förkylning under året. Vad är sannolikheten att medicinen fungerade för denna person? (3p)
7. Livslängden för en 10A säkring är exponentialfördelad med en genomsnittlig livslängd om 2.5 år. Om man använder en i taget, bestäm approximativt hur många säkringar man behöver ha i lager av denna typ för att sannolikheten att inte behöva köpa fler säkringar under 50 år skall vara minst 95%. (3p)
8. Dimensionering av säkerhetslager för t.ex. beställningspunktsystem har behandlats i kursen. En viktig metod som behandlats brukar ofta betecknas som SERV1 och baseras på att en servicenivå bestäms vilken i sin tur kan användas för att beräkna ett säkerhetslager. Dimensioneringen kan baseras på osäkerhet i efterfrågan, ledtid eller både efterfrågan och ledtid.
- (a) Härled uttrycket för dimensionering av säkerhetslager enligt SERV1 givet att det finns en osäkerhet i efterfrågan och att beställningspunktsystem används. Antag att efterfrågan är normalfördelad med väntevärde μ st/vecka och standardavvikelse σ st/vecka. Återfyllnadsledtiden är känd och satt till L veckor. (2p)
- (b) Förklara på vilket sätt som egenskaper för oberoende stokastiska variabler användes i deluppgift (a). Ange på vilket sätt som resultatet skulle påverkas (ange intervall för standardavvikelsen över ledtid) om oberoende inte kunde ha antagits. (1p)
- (c) Beräkna säkerhetslagret enligt SERV1 för 95% servicenivå (vilken kan antas gälla för alla artiklar i verksamheten) om efterfrågan $D \in N(100, 20)$ och ledtiden L är 3 veckor. Vilken servicenivå skulle detta ge mot kund, i termer av kundorder, om kund typiskt har tre orderrader på varje kundorder. (1p)