

Tentamen TMSB18 Matematisk statistik IL 100815

Tid: 12.00-17.00

Telefon: 0707-463397,

Examinator: F Abrahamsson



TEKNISKA HÖGSKOLAN
HÖGSKOLAN I JÖNKÖPING

1. Om ett visst företags inkomster en månad är fördelade enligt $N(7000, 300)$ och samma företags utgifter denna månad är $N(6700, 400)$ (i tusentals kronor), beräkna sannolikheten att företaget går med vinst denna månad. (2p)
2. Givet en datamängd x_1, \dots, x_n så är ett vanligt spridningsmått (stickprovets) standardavvikelse s där $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$. Beskriv två andra spridningsmått. (2p)
3. I en studie av tendenser till inavel bland en speciell flugart testade man 121 flugor genetiskt, och beräknade en sk. inavelskoefficient. Medelvärdet blev $\bar{x} = 0.044$ med en beräknad standardavvikelse $s = 0.884$. Vi antar att testet ger ett observerat stickprov från en normalfördelning $N(\mu, \sigma)$, där μ är den verkliga inavelskoefficienten, som skall vara lika med 0 om ingen inavel sker.
 - (a) Genomför ett relevant hypotestest på 5% signifikansnivå för att avgöra om inavel sker eller inte. (2p)
 - (b) Beräkna ett lämpligt konfidensintervall för att besvara samma fråga som i (a) med en konfidensgrad som motsvarar den signifikansnivå som användes i (a). (2p)
4. I en burk finns 5 mynt; 2 st enkronor, 2 st femkronor och 1 st 10-krona. En person drar 2 mynt, ett i taget utan återläggning.
 - (a) Beräkna det förväntade värdet av det första draget samt det andra draget. (2p)
 - (b) Vad skulle du högst betala för att få dra 2 mynt ur burken? Motivera ditt svar. (1p)
5. Ann har gjort en serie mätningar som antas vara observationer av en stokastisk variabel fördelad enligt $N(\mu, 0.8)$ där μ är den konstant som Ann vill mäta.
 - (a) Ann beräknar ett 95% konfidensintervall för μ till $[8.76, 8.94]$. Hur många mätningar hade Ann gjort? (2p)
 - (b) Om Ann gjorde 250 mätningar och fick fram konfidensintervallet $[8.76, 8.94]$, vilken konfidensgrad har Ann använt då? Ge ett exakt svar. (2p)
6. En konsumentorganisation gör ett oberoende test av livslängden av en viss typ av glödlampor. Resultatet från 30 testade lampor redovisas nedan.

Livslängd (år)	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
Observerad frekvens	11	8	6	3	1	0	1

Konsumentorganisationen misstänker att medianlivslängden är mindre än 3 år. Om vi inte kan anta att livslängderna är normalfördelade, genomför ett lämpligt hypotest på 1% signifikansnivå för att se om det går att styrka konsumentorganisationens misstankar.
 - (a) Ann beräknar ett 95% konfidensintervall för μ till $[8.76, 8.94]$. Hur många mätningar hade Ann gjort? (2p)
 - (b) Om Ann gjorde 250 mätningar och fick fram konfidensintervallet $[8.76, 8.94]$, vilken konfidensgrad har Ann använt då? Ge ett exakt svar. (2p)
7. En student gör en tenta där varje fråga besvaras med antingen 'sant' eller 'falskt'. Om studenten inte kan en fråga så gissar studenten ett svar. Vid rättningen av tentan justeras resultatet med formeln

$$Y = X_r - \alpha X_f$$

där X_r är antalet korrekta svar och X_f är antalet felaktiga svar från studenten. Man vill välja faktorn α så att det förväntade värdet av det justerade resultatet återspeglar studentens faktiska kunskaper, dvs. $E(Y)$ skall vara antalet frågor som studenten kunde svaret på. Hur skall faktorn α väljas?

8. Ett grossistföretag använder beställningspunktssystem för att styra ett större antal artiklar med medelhög efterfrågan både vad gäller volym och uttagsfrekvens. Inom logistikavdelningen är man dock inte överens om hur prognostiseringen ska läggas upp. Som underlag för diskussionen har en representativ produkt valts ut och den ska nu användas för en konsekvensanalys av hur en prognos (skattning av osäkerheten) bör beräknas om den ska utgöra underlag för säkerhetslagerdimensionering. Utgångspunkten är att SERV1 används för dimensionering av säkerhetslager och att en servicegrad på 95% används, vilket ger $k = 1,64$. Ledtiden för den aktuella produkten är fyra veckor (dvs en prognosperiod). Det är viktigt att motivera tydligt och förklara ev. skattningar som används i analysen nedan.

	Jan	Feb	Mars	April	Maj	Juni	Juli	Aug	Sept
Försäljningshistorik	100	107	111	122	126	122	134	137	140

Tabell 1: Försäljningshistorik för en artikel över de senaste nio månaderna

- (a) Beräkna säkerhetslagret för artikeln, vars försäljningshistorik återfinns i Tabell 1, utan tidsseriedekomposition och med användning av hela tidsserien. (1p)
- (b) Beräkna säkerhetslagret, för artikeln i Tabell 1, med tidsseriedekomposition. Utgå från en additiv efterfrågemodell som har komponenterna basnivå, trend och slump. Ange också hur många procent mindre/större säkerhetslager som behövs vid samma servicenivå som i deluppgift (a). (1.5p)
- (c) Förklara vilken av de båda beräkningarna av säkerhetslager som bör användas och vad skillnaden innebär i termer av servicenivå kopplat till kapitalbindning. (0.5p)
9. Produktion i funktionell verkstad med flera olika produktionsgrupper (PG) är ofta svårplanerad då många olika artiklar tillverkas i låga volymer vilket gör att de planerade operationstiderna är osäkra (för återkommande artiklar i högre volymer kan data över operationstider samlas in för att få bättre underlag). För att hantera osäkerheten i tiderna så används köer vid de olika PG för att säkerställa att det hela tiden finns något att jobba med. Vid låg beläggingsgrad är köerna ett mindre problem då det finns gott om ledig kapacitet. När beläggingsgraden ökar så blir dock utmaningen större. Eftersom operationstiderna är osäkra så blir flödet svårt att styra i detalj och ur en PGs perspektiv kan därför inflödet av arbete modelleras som att de skapas av en stokastisk process, vilken här antas vara exponentialfördelad. På samma sätt är operationsledtiden i den aktuella PG osäker. Vanligtvis brukar ledtider modelleras med t.ex. en Erlang- k fördelning av högre ordning men i det här fallet så kan operationstiden antas vara exponentialfördelad (vilken är en Erlang-fördelning av lägsta ordningen).
- (a) Beräkna den förväntade kölängden vid PG som funktion av förväntad beläggn- (1.5p)

ingsgrad. Anta att den förväntade ankomstintensiteten är λ och den förväntade serviceintensiteten (operationstiden) är μ . Rita även en graf över den förväntade kölängden som funktion av beläggingsgrad.

- (b) För att bestämma den planerade kölängden (dvs den kö som man ger plats för i planeringen) kan den förväntade kölängden beräknad i deluppgift (a) användas. Förklara vilka problem som kan uppstå om den förväntade kölängden används och motivera varför en längre eller kortare kötid (välj det du tycker verkar mest lämplig) bör användas. (0.5p)