Tentamen TMSB18 Matematisk statistik IL 091015
Tid: 08.00-13.00
Telefon: 036-101620 (Abrahamsson),
Examinator: F Abrahamsson

TEKNISKA HÖGSKOLAN
HÖGSKOLAN I JÖNKÖPING

1. Livslängden för en viss tvättmaskin är exponentialfördelad med en genomsnittlig livslängd 10 år. Tillverkaren lovar att gratis reparera maskiner som går sönder innan garantitiden löpt ut.

   (a) Om tillverkaren endast vill reparera högst 8% av maskinerna som går sönder utan ersättning, hur lång garantitid skall han erbjuda köparen? (2p)

   (b) Om en hyresvärd köper 7 tvättmaskiner av denna typ, vad är då sannolikheten att minst 2 av dessa kommer att gå sönder inom en 3-årsperiod? (2p)

2. En producent av frukostflingor påstår att förpackningen innehåller 240 g torkad frukt. En konsumentorganisation misstänker att den faktiska mängden torkad frukt är mindre än 240 g. För att undersöka saken undersöks 28 förpackningar och man finner att medelvärdet av fruktmängden är 227 g. Kan konsumentorganisationen påstå att fruktmängden är mindre än 240 g om man är villig att acceptera 1% felrisk?

   (a) Besvara frågan genom att göra att lämpligt hypotestest under antagande att fruktmängden är normalfördelad med standardavvikelse $\sigma = 27$ g. (1p)

   (b) Bestäm testets styrka om den sanna fruktmängden är 222 g. (2p)

   (c) Besvara frågan genom att konstruera ett lämpligt konfidensintervall. Samma normalfördelningsantagande som i a-uppgiften. (1p)

3. Antalet timmar som ett hushåll dammsuger under en vecka är en kontinuerlig stokastisk variabel ξ med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x)\,, & \text{om } 0 < x < 2\,, \\ 0\,, & \text{övriga } x \end{cases}$$

   (a) Bestäm den kumulativa fördelningsfunktionen $F(x)$ för ξ. (2p)

   (b) Vad är sannolikheten att ett hushåll dammsuger mer än 90 minuter under en vecka? (1p)

4. En sträcka med längd L skall mätas som en summa av två delsträckor dvs. vi skriver $L = L_1 + L_2$. Mätningarna av delsträckorna kan ses som observationer av normalfördelade oberoende stokastiska variabler med väntevärden L_1 resp. L_2 och varians $\sigma = 0.1$ m. Vad är sanolikheten att det uppmätta värdet kommer att avvika högst 0.1 m från det korrekta värdet? (2p)

5. En robot är programmerad att förflytta sig enligt följande: den skall gå 50 steg och inför varje nytt steg är det en slumpgenerator som bestämmer i vilken riktning steget sker; med sannolikheten 0.6 går roboten ett steg i nordlig riktning och med sannolikheten 0.4 går roboten i östlig riktning. Om vi lägger in robotens rörelser i ett koordinatsystem med start i origo, vad är då sannolikheten att roboten avslutar sin promenad i punkten med koordinater $(25, 25)$? (2p)

6. Ett handelsföretag i Jönköpingsregionen har behov av att rekrytera en logistikkunnig person som ska ansvara för kravställning när man inom en snar framtid ska byta ut sitt egenutvecklade IT-system mot ett standardsystem av ERP-typ. Ledningen på företaget har dock varit bekymrade över att den teoretiska logistikkompetensen hos de sökande varit relativt låg varför man utformat ett antal testfrågor som man ska använda i andra omgången av urvalsprocessen. Frågorna utgår från en av företagets volymprodukter vilken man prognostiserar med exponentiell utjämning och styr med beställningspunktssystem. Ledtiden för den här typen av produkter, som beställs från ett lågkostnadsland,

är ca 2 månader. Prognos och parametrar i beställningspunktssystemet uppdateras varje månad och de senaste månadernas prognoser (F) och efterfrågehistorik (D) har tagits ur det nuvarande IT-systemet och framgår av tabell 1.

t	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr
D_t	156	152	165	158	152
F_t	155.0	155.2	154.6	156.6	156.9

Tabell 1: Försäljningshistorik och prognos för de senaste månaderna.

I dagsläget använder man en säkerhetslagernivå, för alla artiklar av den aktuella typen, som är satt till 20 st men målet är att dimensionera säkerhetslagret baserat på SERV1 (dvs sannolikhet för att brist inte uppstår under en ordercykel). Den önskade servicenivån är satt till 95% och i prognostiseringen har man valt att sätta utjämningsfaktorn α till 0.2 som en lagom avvägning mellan följsamhet och stabilitet. För att underlätta beräkningen tillåter man att standardavvikelsen skattas med 1.25 multiplicerat med medelabsolutavvikelsen (MAD) i de senaste två perioderna.

(a) Beräkna prognosen för nästa period (Maj). (1p)

(b) Bestäm lämplig beställningspunkt. (1p)

(c) Förklara hur du i b-uppgiften använde antagandet om oberoende stokastiska variabler. (1p)

7. Det hävdas att andra gången man gör högskoleprovet så förbättras resultatet. Man har följande resultat för 10 personer som har gjort provet två gånger.

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Första gången	1.2	1.5	0.9	1.3	1.4	1.8	1.7	0.6	1.0	0.9
Andra gången	1.3	1.6	1.3	1.6	1.7	1.7	1.8	0.8	1.1	1.1

(a) Genomför ett teckentest på signifikansnivån 1% för att se om det går att styrka påståendet ovan. (2p)

(b) Med antagandet att det individuella resultatet på högskoleprovet följer en normalfördelning, genomför ett relevant hypotestest på 1% signifikansnivå för att se om det går att styrka påståendet ovan. (2p)

8. Ett visst sjukhus får 2/5 av sitt influensavaccin från företag A och resten från företag B. Från företag A är 3% av doserna verkningslösa, och från företag B är 2% av doserna verkningslösa. Sjukhuset testar 25 doser vaccin, valda på måfå från ett av företagen och finner att 2 av doserna var verkningslösa. Vad är då sannolikheten att de testade vaccinen kom från företag A? (3p)